

FÖRDERKONZEPT RECHENSCWÄCHE · EXKURS ZU ABSCHNITT 3

Zur Bewertung des Dienes-Materials

Fachdidaktische Argumente gegen den Einsatz von Mehrsystemblöcken als primäres Aufbaumittel in der Förderung

Roland Dauth

Vorbemerkung zur Quellenlage

Es liegen kaum kontrollierte Interventionsstudien vor, die Dienes-Material unmittelbar gegen strukturierte Alternativen testen. Die Kritik ist überwiegend theoretisch-fachdidaktisch begründet und durch förderdiagnostische Einzelfallbeobachtung sehr gut gestützt.

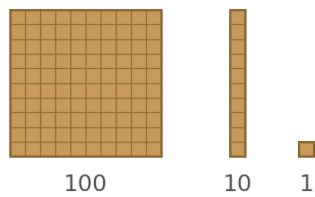
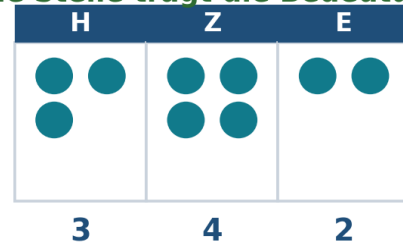
Die daraus abgeleitete Aussage lautet deshalb nicht „Dienes-Material schadet“, sondern: Dienes-Material leistet das, was üblicherweise von ihm erwartet wird – den Aufbau des Stellenwertverständnisses – nachweislich nicht.

1 Fünf Argumentationslinien

1.1 Das Stellenwertprinzip wird gerade nicht dargestellt

Unser Ziffernsystem ist positional: Die Stelle trägt die Bedeutung, das Zeichen selbst ist bedeutungsneutral. Die Ziffer 3 in der Zahl 342 ist nur deshalb dreihundert wert, weil sie an dieser Stelle steht.

Dienes-Material funktioniert genau umgekehrt. Die Bedeutung steckt in Größe und Form des Objekts: Ein Hunderterplättchen ist überall und immer hundert wert, unabhängig davon, wo es liegt. Strukturell ist das ein additives, größenbasiertes System – vergleichbar den römischen Zahlzeichen, die nie als besonders praktikables Zahl- und Rechensystem galten – und eben kein positionales.

Die Größe trägt die Bedeutung**Die Stelle trägt die Bedeutung**

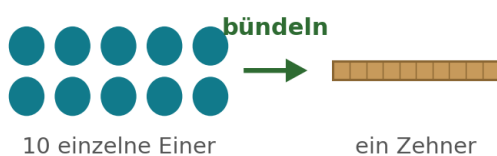
additiv – strukturell wie römische Zahlzeichen positional – so funktioniert unser Ziffernsystem

Zwei Systeme, die leicht verwechselt werden – nur eines davon ist unser Ziffernsystem.

Die Folge zeigt sich regelmäßig in der Diagnostik: Kinder rechnen sicher mit dem Material und scheitern dennoch an Stellenwertaufgaben, weil sie das Prinzip, um das es geht, nie benötigt haben. Das Material löst die Aufgabe, indem es das eigentliche Problem umgeht. Wartha und Schulz begründen an dieser Stelle den Vorrang der Stellenwerttafel mit gleich aussehenden Plättchen: Erst wenn alle Repräsentanten identisch sind, muss das Kind die Position als Bedeutungsträger lesen.

1.2 Das Bündeln wird dem Kind abgenommen

Der Zehnerstab ist bereits gebündelt. Das Kind sieht ein Bündelungsergebnis, vollzieht den Bündelungsprozess aber nicht selbst.

Das Kind vollzieht die Bündelung**Dienes: das Ergebnis liegt schon vor**

der Prozess entfällt – und mit ihm die Einsicht

Wartha und Schulz unterscheiden Bündelungsverständnis – zehn Einer ergeben einen Zehner – und Stellenwertverständnis – die Position kodiert den Wert – als zwei getrennt zu erwerbende Kompetenzen. Dienes-Material bedient beide nur scheinbar: Das erste wird vorweggenommen, das zweite gar nicht angesprochen. Aktives Bündeln und Entbündeln mit unstrukturiertem Material sowie Wechselspiele an der Stellenwerttafel sind daher nicht ersetzbar.

1.3 Die Struktur ist sichtbar, aber nicht zwingend

Gerster und Schultz haben in ihrer Freiburger Untersuchung zur Rechenschwäche herausgearbeitet, dass das entscheidende Gütekriterium eines Anschauungsmittels darin besteht, ob es zum Zählen einlädt oder zum Sehen von Strukturen zwingt.

Am Zehnerstab sind die einzelnen Einerwürfel sichtbar und abzählbar. Ein zählendes Kind kann die Struktur ignorieren – und tut dies auch. Struktur, die nicht genutzt werden muss, wird von genau jenen Kindern nicht genutzt, die sie am dringendsten benötigen. Hinzu kommt: Der Zehnerstab besitzt keine Fünfergliederung. Er ist damit nicht simultan erfassbar, sondern nur als zuvor gelernte Einheit „Zehn“. Das zentrale Strukturierungsprinzip des Anfangsunterrichts, die Kraft der Fünf, fehlt vollständig.



abzählbar – Struktur darf ignoriert werden



fünf und fünf – auf einen Blick erfassbar

1.4 Anschauungsmittel sind nicht selbsterklärend

Dies ist die allgemeinere Linie, in die sich die Kritik einordnet. Hans Freudenthal hat die Vorstellung, Konkretheit erzeuge von selbst Einsicht, früh zurückgewiesen: Material verkörpert eine Struktur nur für denjenigen, der die Struktur bereits kennt. Deborah Ball hat dies 1992 in „Magical Hopes“ zugespitzt – Material trage die Mathematik nicht in sich, die Bedeutung entstehe erst in der Deutung.

Für den deutschsprachigen Raum haben Radatz und Lorenz gezeigt, dass Kinder in dieselbe Darstellung Unterschiedliches hineinsehen und dass Lehrkräfte die Eindeutigkeit ihrer Veranschaulichungen systematisch überschätzen. Söbbeke hat die Fähigkeit zur Strukturdeutung von Anschauungsmitteln als eigenständige, erst zu erwerbende Kompetenz empirisch untersucht.

Auf Dienes bezogen: Was die Lehrkraft am Material sieht – das dezimale Bündelungsprinzip –, ist nicht das, was das rechenschwache Kind sieht: verschieden große Holzstücke.

1.5 Wahrnehmungsreiches Material behindert den Transfer

Dies ist die psychologische Linie und die einzige mit belastbarer Empirie. Uttal, Scott und DeLoache haben das Problem der dualen Repräsentation beschrieben: Ein Objekt muss zugleich als Ding und als Symbol verarbeitet werden; je auffälliger es als Ding ist, desto schlechter gelingt der symbolische Zugriff. McNeil und Fyfe haben dies für wahrnehmungsreiche Materialien mehrfach experimentell bestätigt und daraus das Prinzip des schrittweisen Verblassens der Konkretheit abgeleitet.



Concreteness fading: die Konkretheit wird planmäßig zurückgenommen.

Die Metaanalyse von Carbonneau, Marley und Selig aus dem Jahr 2013 über rund 55 Studien findet insgesamt kleine positive Effekte des Materialeinsatzes auf das Behalten, jedoch negative Effekte auf den Transfer bei stark anschaulichem Material – sowie deutlich stärkere Effekte bei angeleitetem gegenüber entdeckendem Einsatz. Dienes-Material ist darin nicht eigens ausgewiesen, fällt aber in die untersuchte Materialklasse.

2 Historische Einordnung

Zoltán Dienes entwickelte das Material in den 1960er Jahren im Kontext der Neuen Mathematik, und zwar für sein Prinzip der multiplen Verkörperung: Dieselbe Struktur sollte in möglichst vielen verschiedenen Materialien und ausdrücklich in verschiedenen Basen – Dreier-, Vierer-, Fünfersystem –

erfahren werden, damit sich das abstrakte Prinzip aus der Variation herauschält.

Das ist die genaue Gegenthese zum heutigen Vorgehen in der Rechenschwächeförderung: Strukturkonstanz statt Variation, ein konsequent durchgehaltenes Bild statt vieler wechselnder. Das Material soll in der Förderung heute eine Aufgabe erfüllen, für die es nie entworfen wurde – während sein ursprünglicher Zweck, die Mehrsystemarithmetik, längst aus den Lehrplänen verschwunden ist. Kurz gesagt: Es wurde für etwas entwickelt, das es in den Lehrplänen so nicht mehr gibt (3-er System, 4-er System usw.) und es soll für etwas verwendet werden für das es nie „gebaut“ wurde.

3 Was auch für das Material spricht

Eine tragfähige Materialentscheidung muss die Gegenargumente mitführen. Vier Punkte sind ernst zu nehmen:

- **Größenverhältnisse werden körperlich erfahrbar.** Der Unterschied zwischen zehn, hundert und tausend wird am Material unmittelbar sinnlich fassbar. Das leistet die Stellenwerttafel nicht.
- **Nutzen bei schriftlichen Rechenverfahren.** Für das Ent- und Umbündeln beim Übertrag ist das Material ein brauchbares Bild – sofern das Stellenwertverständnis bereits gesichert ist.
- **Die Kritik gilt dem Einsatz, nicht dem Gegenstand.** Sie richtet sich gegen die Verwendung als Aufbaumittel bei rechenschwachen Kindern. Als ergänzendes, spätes Bild bei tragfähigem Verständnis ist das Material unschädlich ob sinnvoll wurde nie empirisch bewiesen, aber auch nicht widerlegt.
- **Es fehlt der Negativbeleg.** Also keine Studie weist nach, dass Dienes-Material Kindern schadet. Aussagen wie „Dienes schadet nur“ gehen über die Belegbarkeit hinaus. Diese Studien dazu wurden aber auch nie gemacht.

4 Fazit für die Förderarbeit

- **Für den Aufbau des Stellenwertverständnisses** wird die Stellenwerttafel mit gleich aussehenden Plättchen verwendet, ergänzt um aktives Bündeln und Entbündeln mit unstrukturiertem Material.
- **Für den Aufbau des Mengen-, Zahl- und Operationsverständnisses** wird das strukturierte Punktefeld mit Fünfergliederung als Leitdarstellung verwendet.
- **Dienes-Material wird in der Förderung rechenschwacher Kinder nicht als Aufbaumittel eingesetzt.** Wer es dennoch macht sollte dann aber die Wirksamkeit mit Förderkindern nachweisen. Ein späterer, ergänzender Einsatz zur Veranschaulichung von Größenverhältnissen bleibt möglich.
- **Diese Festlegung wird im Kollegium begründet, nicht verordnet.** Der vorliegende Exkurs dient dieser Begründung.

Der Kerngedanke in einem Satz

Dienes-Material zeigt, wie groß eine Zahl ist – nicht, warum die Stelle ihren Wert bestimmt. Genau Letzteres ist aber das, was rechenschwache Kinder lernen müssen.

5 Literatur

Deutschsprachig

- **Wartha, S. & Schulz, A.:** Rechenproblemen vorbeugen. Grundlegend für die Unterscheidung von Bündelungs- und Stellenwertverständnis sowie für das Vier-Phasen-Modell.
- **Gerster, H.-D. & Schultz, R.:** Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht (Freiburger Bericht).

- **Lorenz, J. H.:** Anschauung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht.
- **Schipper, W.:** Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen.
- **Gaidoschik, M.:** Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern.
- **Krauthausen, G. & Scherer, P.:** Einführung in die Mathematikdidaktik.
- **Söbbeke, E.:** Zur visuellen Strukturierungsfähigkeit von Grundschulkindern.

International

- **Ball, D. L. (1992):** Magical Hopes. Manipulatives and the Reform of Math Education.
- **Uttal, D., Scott, K. & DeLoache, J. (1997):** Manipulatives as symbols.
- **Carbonneau, K., Marley, S. & Selig, J. (2013):** A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. Journal of Educational Psychology.
- **Fyfe, E. & McNeil, N.:** Arbeiten zum Prinzip des concreteness fading.